Лосев Евгений Владимирович и Тарасов Владимир Александрович, магистры
Научный руководитель: Богатырев Леонард Леонардович, проф., д-р техн. наук

МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГЕТИКИ И ЭКОНОМИКИ СВЕРДЛОВСКОЙ ОБЛАСТИ НА 2005 ГОД

Рассматривается динамика развития энергетики и экономики при исследовании энергетической и экологической безопасностей Свердловской области с 1994 по 2005 гг.

Из-за того, что с 1994 по 1997 гг. наблюдался спад экономического развития, модели были построены с 1998 по 2001 гг., где происходил рост параметров. Все построенные типы моделей развития энергетики и экономики сведены в единую таблицу (табл. 1).

Таблица 1

Сводная таблица принятых моделей для исходных параметров

Линейная модель	Квадратичная модель	Регрессионная модель для многих переменных
$y(x) = ax + b$	$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$	$y(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$
$y(22) = 0{,}054x(1) -$ $- 698{,}58$		
	$y(23) = -1{,}41 \cdot 10^5 +$ $+ 2{,}594x(34) - 1{,}02 \cdot 10^{-5} x^2(34)$	$y(23) = -6{,}75 \cdot 10^4 +$ $+ 5{,}425x(6) + 20{,}419x(8)$
...	...	...

где y(22) – суммарный объем импорта продукции; y(23) – прибыль предприятий и организаций экономики; x(1) – суммарный объем инвестиций в экономику; x(34) – кредиторская задолженность предприятий и организаций; x(6) – объем производства химической и нефтехимической промышленности; x(8) – объем производства лесной, деревообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности.

Все модели имеют ошибку $\Delta Y\%$, меньшую или равную 5%

До построения моделей были с помощью коэффициентов корреляции исследованы зависимости всех параметров.

Коэффициенты корреляции определяются как:

$$R_{xy} = \frac{\sum (x - M(x)) \cdot (y - M(Y))}{(N-1) \cdot \sigma(x) \cdot \sigma(y)}, \qquad (1)$$

где M(x), M(y) – математические ожидания параметров x, y; $\sigma(x)$, $\sigma(y)$ – среднеквадратические отклонения этих параметров; N – объем выборки.

Результаты исследований могут быть сведены в таблицу (табл. 2).

На основании исследования значений таблицы корреляции составлена табл. 2.

Таблица 2

Сводная таблица результатов исследования

Исходный параметр и его номер	Параметр, имеющий с у коэффициент корреляции $0{,}8 \le R < 0{,}9$	Параметр, имеющий с у коэффициент корреляции $0{,}9 \le R < 1$
23. Прибыль предприятий и организаций экономики	6 (0,84) Объём производства химической и нефтехимической промышленности	
	8 (-0,84) Объём производства лесной, деревообрабатывающей и целлюлозно-бумажной промышленности	
24. Численность населения	29 (0,85) Потребление топочного мазута	46 (-0,95) Среднегодовой курс рубля по отношению к доллару США
…	…	…

Выбираем параметры с max значениями коэффициентов корреляции (наиболее влияющие на у) и строим модели, приведенные в табл. 1.

Для исследования связей между различными параметрами рассматриваемых объектов и изменения параметров в функции времени могут использоваться различные модели (линейные, квадратичные и многопараметрические).

1. Линейная регрессия

$$y=\alpha+\beta\cdot x, \tag{2}$$

где

$$\beta=\frac{m\sum x_i y_i-\sum x_i\sum y_i}{m\sum x_i^2-(\sum x_i)^2}, \tag{3}$$

$$\alpha=\frac{\sum y_i-\beta\sum x_i}{m}, \tag{4}$$

где m – объем выборки

$$M(x)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}x_i,\ M(y)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}y_i. \tag{5}$$

Если через S_x и S_y обозначить выборочные дисперсии

$$S_x=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2,\ S_y=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(y_i-\bar{y})^2, \tag{6}$$

то так как

$$\beta=\frac{m\sum x_i y_i-\sum x_i\sum y_i}{m\sum x_i^2-(\sum x_i)^2}=\frac{\sum x_i y_i-m\bar{x}\bar{y}}{\sum(x_i-\bar{x})^2}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2}=r\frac{S_y}{S_x}, \tag{7}$$

имеем

$$r = \frac{\beta S_x}{S_y} \qquad (8)$$

или

$$r = \beta \sqrt{\frac{m\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{m\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}\,. \qquad (9)$$

Определив в из (8) и подставляя в (1), получаем:

$$y = \alpha + r\frac{S_y}{S_x}x \text{ или } y - \bar{y} = r\frac{S_y}{S_x}(x - \bar{x})\,. \qquad (10)$$

2. Параболическая регрессия $y_{im} = a_0 + a_1 t_{1i} + a_2 t_{1i}^2$ (11)

Если матрицу наблюдений X и вектор Y представить как

$$\underset{N\times 3}{X} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & N & N^2 \end{Vmatrix}, \quad \underset{N\times 1}{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix} \qquad (12)$$

в матричном виде получим: $X^T Y = X^T XA$ (13)

Отсюда: $A = (X^T X)^{-1} X^T Y.$ (14)

3. Регрессионная модель для многих переменных имеет вид:

$$y_i = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i\,, \qquad (15)$$

где матрица наблюдений X равна

$$\underset{N\times(k+1)}{X} = \begin{Vmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ . & & . & & . \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nk} \end{Vmatrix}, \qquad (16)$$

отсюда

$A^T = (a_0, a_1, \ldots, a_k)$ и $\underset{1\times N}{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_N)$ или $A = (X^T X)^{-1} X^T Y.$